Exercice 12 : 2018 pr

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1/ Soit le plan Q d'équation $x+y+\sqrt{2}\,z-2=0$.

Montrer que le plan Q coupe les axes $(O,\vec{i})$, $(O,\vec{j})$ et $(O,\vec{k})$ respectivement aux points $A(2,0,0)$, $B(0,2,0)$ et $C(0,0,\sqrt{2})$.

2/ Soit la sphère (S) d'équation $x^2+y^2+z^2=1$.

Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont tangents et déterminer leur point de contact.

3/ Soit a un réel strictement positif. On considère les points $M(a,0,0)$ et $N\left(0,\frac{4}{a},0\right)$.

Déterminer en fonction du réel a, les composantes du vecteur $\overrightarrow{CM}\wedge\overrightarrow{CN}$.

4/ a) Montrer qu'une équation du plan (CMN) est $4x+a^2y+2a\sqrt{2}\,z-4a=0$.

b) Soit d la distance du point O au plan (CMN). Montrer que $d=1-\frac{(a-2)^2}{a^2+4}$.

c) En déduire la valeur du réel a pour laquelle la distance d est maximale.

5/ a) Montrer que pour tout réel $a>0$, le volume du tétraèdre OCMN est égal à $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) En déduire que pour tout réel $a>0$, l'aire du triangle CMN est supérieure ou égale à $2\sqrt{2}$.

c) Identifier les points M et N pour lesquels l'aire du triangle CMN est égale à $2\sqrt{2}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Librairie Devoir.TN
53 04 42 33 | 99 06 27 69